

Задачи для вступительной работы по математике 2012 г

1 (6 – 10 кл.). Одно из двух положительных чисел увеличили на 1%, а второе – на 4%. Могла ли их сумма при этом увеличиться на 4%? (Приведите пример, если ответ «да», или докажите, что ответ «нет»).

2 (6 – 10 кл.). Можно ли разрезать произвольный треугольник на 4 треугольника так, чтобы любые два из них имели общий участок границы (не одну точку)?

3 (6 – 10 кл.). Простое или составное число $2001 \cdot 2041 + 400$? (Натуральное число называется простым, если оно делится лишь на себя и на единицу, и составным в противном случае.)

4 (7 – 10 кл.). Сколькими способами можно разложить 8 разных монет в три кармана?

5 (6 – 10 кл.). Верно ли, что из пропорции $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ можно получить такую «производную пропорцию»: $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c}$?

6 (8 – 10 кл.). На стороне AB треугольника ABC построен квадрат $ABDE$ с центром O так, что точки D и C лежат по разные стороны от прямой AB . Найдите OC , если $AB = c$, а $\angle ACB = 135^\circ$.

7 (8 – 10 кл.). Существуют ли действительные числа a, b, c , такие что ни одно из уравнений $ax^2 + 2bx + c = 0$; $bx^2 + 2cx + a = 0$; $cx^2 + 2ax + b = 0$ не имеет действительных решений?

8 (6 – 10 кл.). Семь грибников собрали вместе 100 грибов. Обязательно ли найдутся три грибника, собравшие вместе не менее 50 грибов, если:

а) каждый из семерых собрал разное количество грибов;

б) среди грибников могут быть собравшие одинаковое количество грибов?

9 (6 – 10 кл.). Число $\frac{100!}{10^{50}} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 100}{\underbrace{10 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 10}_{50 \text{ раз}}}$ записали в виде несократимой дроби. Найдите её

знаменатель. (Произведение всех последовательных натуральных чисел от 1 до n обозначается через $n!$ и читается « n факториал», так что числитель данной дроби – «100 факториал».)

10 (8 – 10 кл.). Стороны треугольника равны 5, 6 и 7. Найдите расстояние от точки пересечения медиан этого треугольника до центра вписанной в него окружности.

11 (8 – 10 кл.). Сумма неотрицательных чисел x_1, x_2, \dots, x_n равна 1. Найдите наибольшее возможное значение суммы $x_1x_2 + x_2x_3 + \dots + x_{n-1}x_n$.

12 (9 – 10 кл.). Решите уравнение $f(f(f(f(x)))) = 0$, где $f(x) = x^2 + 10x + 20$.